1. **Задача з обмеженнями на трудомісткість**

Фермер вирощує курей, качок, кролів і страусів.

Трудомісткість вирощування курки в 10 разів менша за трудомісткість вирощування страуса. Трудомісткість вирощування качки вдвічі більша за трудомісткість вирощування курки, а кролю – така сама, як трудомісткість вирощування курки і качки разом узятих. Якби він вирощував тільки страусів, то його трудових ресурсів вистачило б на 50 страусів.

Курка з’їдає на день корму вдвічі менше за качку, кріль – стільки ж, як і качка, а страус – в 4 рази більше за качку. Якби він вирощував тільки качок, то запасу кормів на день вистачило би на 200 качок.Фермеру невигідно тримати менше десятка страусів, а розміри ферми не дозволяють тримати більше 90 кролів. Прибуток від вирощування однієї курки складає 20 грн., качки – 40 грн., кріля – 60 грн., страуса (яйця, пір’я, екскурсії) – 100 грн.  **Визначити**, кого і в якій кількості потрібно розводити на фермі, щоб сумарний прибуток був максимальний. ***Побудувати математичну модель.[[1]](#footnote-1)***

1. **Задача на суміші**

Ювелірне підприємство отримало замовлення на виготовлення виробів із вмістом срібла від 80 до 85 відсотків. Для цього підприємство використовує сплав власного виробництва, для виготовлення якого воно закуповує три сплави І, ІІ і ІІІ із вмістом срібла 75%, 90% і 75% відповідно.

Вартість 100 г. сплавів І, ІІ і ІІІ складає 25, 32 і 19 у.о. відповідно.

**Визначити** склад результуючого сплаву (кількість сплавів І, ІІ і ІІІ в результуючому сплаві), що матиме найменшу вартість.

**Математична модель**

**Змінні:**

*x*1 – ***частка (доля)***сплаву І в результуючому сплаві;

*x*2 – ***частка (доля)***сплаву ІІ в результуючому сплаві;

*x*3 – ***частка (доля)***сплаву ІІІ в результуючому сплаві.

***Завершити побудову математичної моделі[[2]](#footnote-2).***

1. **Задача на тех. процеси**

Підприємство може працювати за п’ятьома технічними процесами (**Т1**, **Т2, Т3**, **Т4** і **Т5)** i при цьому кількість продукції, що виробляється різними технологічними процесами *за одиницю часу*, дорівнює 300, 260, 320, 400 і 450 од. відповідно. У процесі виробництва використовуються такі виробничі фактори: сировина 1, сировина 2, сировина 3 та електроенергія. Витрати відповідних факторів при роботі за різними технологічними процесами протягом одиниці часу вказані у таблиці.

Таблиця

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *Виробничі фактори* | *Витрати при різних технологіях* | | | | | *Ліміт* |
| *Т1* | *Т2* | *Т3* | *Т4* | *Т5* |
| Сировина 1 | 15 | 20 | 12 | 14 | 18 | 2000 |
| Сировина 2 | 4 | 5 | 6 | 3 | 2 | 1000 |
| Сировина 3 | 6 | 3 | 4 | 6 | 3 | 1600 |
| Електроенергія | 0.2 | 0.3 | 0.15 | 0.25 | 0.3 | 300 |

Знайти програму максимального випуску продукції.

**Математична модель**

**Змінні**

*xj* – ***час роботи за j-м технологічним процесом, j =1,…,5***

1. **Задача про вечірку**

Випускник ФІОТ ***N*** вирішив організувати вечірку щоб відсвяткувати отримання ступеня магістра зі спеціальності 126.

Для проведення вечірки він орендував зал на 100 осіб. На оренду ***N*** витратив усі свої гроші, тому було прийнято рішення запропонувати гостям принести їжу з собою. Коли ***N*** став складати список тих, с ким йому хотілось би відсвяткувати подію, то виявилось, що таких друзів у нього аж 333!

Друзі відрізняються один від одного. Для друга відомі: ступінь веселості (те, наскільки весело, тим, хто знаходиться поруч), очікувана кількість їжі та напоїв , яку він принесе з собою (.

Для того, щоб нагодувати усіх, необхідно щонайменше та одиниць їжі та напоїв відповідно.

Скласти список запрошених, щоб якомога веселіше відсвяткувати подію.

Але є декілька але:

* друзі та не можуть терпіти один одного, тому одночасно їх запрошувати не можна;
* якщо та прийдуть втрьох, то свята не буде (будь-які два з них разом проблем не утворюють);
* дівчина хазяїна вечірки повинна бути запрошена обов’язково;
* з чотирьох колишніх дівчин та можна запросити не більше двох;
* піде на вечірку тільки за умови, що піде .

1. **Задача про філософський камень**

Один дослідник XXI століття (до речі, той самий випускник ФІОТ) винайшов формулу створення філософських каменів різної сили: ∏ та ∑.

Для їх створення необхідні такі вкрай рідкісні компоненти: кров чесного депутата (КЧД), передній зуб єдинорогу (ПЗЄ) та тінь нетопиру, що літає в повний місяць (ТНЛПМ). Для отримання одного граму:

* каменю ∏ необхідно: 10 мл КЧД, 2 ПЗЄ, 5 грам ТНЛПМ та 3 хвилини роботи адронного колайдера;
* каменю ∑ необхідно: 8 мл КЧД, 1 ПЗЄ , 3 грами ТНЛПМ та 1 хвилину роботи адронного колайдеру.

Впродовж 20ти останніх років дослідник з неймовірними зусиллями добував компоненти і на поточний момент має у своєму розпорядженні 100 мл КЧД, 22 ПЗЄ та 18 грам ТНЛПМ. Але зараз у нього є можливість придбати їх на www.amazon.com за такими цінами:

* КЧД: 1 млн.€ за 1 мл;
* ПЗЄ: 0,1 млн.€ за 1 зуб;
* ТНЛПМ: 0,2 млн.€ за 1 грам.

Вартість оренди однієї хвилини роботи колайдеру становить 2 тис. €.

Очікувана ринкова вартість каменів ∏ та ∑ : 30 та 18 млн. € га 1 грам.

Зараз у дослідника є 1000 BTC (поточний курс якого 45000 €).

Скласти математичну модель цієї проблемної ситуації (сподіваюсь, що ви розумієте, у чому полягає мета дослідника ☺ )

1. **Задача про руду та метали (складність 2)**

Для отримання двох сплавів *A* і *B* використовуються чотири метали I, II, III та IV. Вимоги до вмісту цих металів у сплавах *A* і *B* наведено в табл. 1.

*Таблиця* *1*

|  |  |
| --- | --- |
| Сплав | Вимоги до вмісту металів |
| *А* | Не більше як 80 % металу I |
| Не більше як 30 % металу II |
| Не менше як 50 % металу IV |
| *В* | Від 40 до 60 % металу II |
| Не менше як 30 % металу III |
| Не більше як 70 % металу IV |

Характеристики і запаси руд, з яких отримують метали I, II, III та IV, вказано в табл. 2.

*Таблиця* *2*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Руда | Максимальний  запас, т | Склад, % | | | | | Вартість,  грн/т |
| I | II | III | IV | Інші компоненти |
| 1 | 1000 | 20 | 10 | 30 | 30 | 10 | 30 |
| 2 | 2000 | 10 | 20 | 30 | 30 | 10 | 40 |
| 3 | 3000 | 5 | 5 | 70 | 20 | 0 | 50 |

Вартість продажу 1 т сплаву *A* дорівнює 200 ум. одиниць, а 1 т сплаву *B* – 300 ум. одиниць.

**Необхідно** максимізувати прибуток від продажу сплавів *A* та *B*.

**Математична модель**

**Змінні**

 - кількість тон металу , отриманого з руди та використаного для виготовлення сплаву , *i*=I, …,IV; *j*=1,…,3; *k*= *A* , *B*.

Підказка (проміжні величини):

 - кількість металу 1, отриманого з руди 1 і використаного на ***усі*** сплави (т) ;

 — кількість ***усіх*** металів, отриманих з руди 1 і використаних на ***усі*** сплави (т) ;

***Завершити побудову математичної моделі за наступним планом***

**ЦФ**

<*прибуток*>= < *сумарна вартість отриманих сплавів* > - *< сумарна вартість використаної руди* >

**Обмеження (діляться на три групи,** достатньо записати по одному обмеженню з кожної групи**):**

1. Вимоги до вмісту сплавів
2. Обмеження на запаси руд
3. Обмеження, що враховують склад руд
4. **Задача про випуск побутової техніки (складність 1,5)**

Фірма «Комфорт» виробляє холодильники, газові плити та витяжки. У наступному році очікується наступний рівень збуту продукції:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *Квартали* | | | |
| *1* | *2* | *3* | *4* |
| *Холодильники* | 1500 | 1500 | 1000 | 1500 |
| *Газові плити* | 2000 | 1500 | 3000 | 1000 |
| *Витяжки* | 1000 | 3000 | 1500 | 3000 |

Фірма розробляє виробничий план, який був би в змозі задовольнити вказаний попит. Крім того, фірмою прийнято рішення наприкінці кожного кварталу мати запаси в розмірі не менше 500 одиниць кожного виду. На початку першого кварталу запаси відсутні.

Протягом кожного кварталу фірма може витратити не більше 8000 «умовних годин» (ум.г.) робочого часу. На виготовлення холодильника потрібно 2 ум.г., газової плити – 0,5 ум.г., витяжки - 1,5 ум.г.

У четвертому кварталі холодильники не можуть виготовлятися, оскільки фірма планує зробити в цей час часткове переобладнання підприємства у зв'язку з введенням в дію нової конвеєрної лінії.

Зберігання кожної одиниці продукції на складі протягом кварталу обходиться фірмі в 5 ум.од.

**Розробити** виробничий план з урахуванням поквартальних лімітів виробничого часу, при якому досягають мінімуму сумарні витрати на зберігання продукції, а попит повністю задовольняється.

*Примітка*. Вважати, що продукція виробляється на початку кварталу (і зберігається впродовж нього), а відвантажується споживачам – у кінці кварталу (графічна ілюстрація цього наведена на рисунку).

**Математична модель**

**Позначення**

Для очікуваних рівнів збуту продукції в чотирьох кварталах, що наведені в таблиці умови задачі, введемо позначення:

— очікуваний рівень збуту продукції виду () в кварталі (на кінець кварталу)  ().

(Введені позначення дозволять описати обмеження та ЦФ у загальному вигляді).

**Змінні**

 — кількість одиниць виробленої продукції виду (, тут 1 – це холодильники, 2 – це газові плити, 3 – це витяжки) в кварталі  ();

 — запас продукції виду () на кінець кварталу (на початок кварталу ), тут — рівень запасів продукції виду () на початок 1-го кварталу.

В кварталі  виробляється продукція трьох видів у кількості  ().



В кінці кварталу продукція виду  продається у кількості ().

На початок кварталу  існують запаси  () із попереднього кварталу

***Завершити побудову математичної моделі***

1. Див. презентацію до практичного заняття №2 [↑](#footnote-ref-1)
2. Див. презентацію до практичного заняття №2 [↑](#footnote-ref-2)